

Table des matières

Préface	3
Chapitre 1	5
Questions proposées	5
Problème : nombres de Pisot-Vijayaraghavam	5
Olympiade internationale de mathématiques 2007	7
Corrigé des questions proposées	8
Corrigé du problème	14
Solution des exercices de l'Olympiade 2007	16
Chapitre 2	23
Image d'un cercle ou d'une droite par une application polynomiale	23
Questions proposées	25
Problème : étude d'une fonction arithmétique	26
Tests de sélection 2007	27
Solution des questions proposées	30
Solution du problème	32
Solution des exercices du test 2007	36
Chapitre 3	46
Questions proposées	46
Problème : point de Fermat-Torricelli	46
Corrigé des questions proposées	48
Corrigé du problème	52
Chapitre 4	59
Questions proposées	59
Problème : Série harmonique et constante d'Euler	59
Solution des questions proposées	62
Corrigé du problème	66
Chapitre 5	74
Questions proposées	74
Note-problème : le postulat de Bertrand	74
Olympiade internationale de mathématiques 2008	79
Solution des questions proposées	80
Corrigé du problème	83
Solution des exercices de l'Olympiade 2008	88
Chapitre 6	94
Un problème de combinatoire	94
Questions proposées aux élèves de Terminale S	96
Problème : Nombres de triangles non isométriques à côtés de longueurs entières	97
Solution des questions proposées	99
Corrigé du problème	102
Chapitre 7	108
Questions proposées	108
Problème : le théorème de Sophie Germain	108
Solution des questions proposées	111

Corrigé du problème	115
Chapitre 8	121
Questions proposées	121
Problème : marche aléatoire sur un <i>graphe cubique</i>	121
Test de sélection 2008	122
Solution des questions proposées	123
Corrigé du problème	125
Solution des exercices du test 2008	134
Chapitre 9	142
Solutions rationnelles de l'équation $x^y = y^x$ telles que $0 < x < y$	142
Questions proposées aux élèves de Terminale S	143
Problème : Quelques aperçus sur la suite de Fibonacci	144
Olympiade internationale de mathématiques 2009	146
Solution des questions proposées	146
Corrigé du problème	149
Solution des exercices de l'Olympiade 2009	155
Chapitre 10	158
Paires de nombres entiers consécutifs et paires d'entiers impairs consécutifs dans l'ensemble des nombres puissants	158
Questions proposées	160
Problème : solution approchée d'une équation de degré 4	161
Solution des questions proposées	162
Corrigé du problème	165
Chapitre 11	169
Questions proposées	169
Problème : un modèle discret de la courbe du chien	170
Tests de sélection 2009	171
Solution des questions proposées	172
Solution du problème	175
Solution des exercices du test 2009	177
Chapitre 12	184
Questions proposées	184
Problème : caractérisation de l'ensemble des positions perdantes d'un jeu	185
Solution des questions proposées	186
Solution du problème	189
Chapitre 13	193
Questions proposées	193
Problème : Un cas particulier du grand théorème de Fermat	194
Olympiade internationale de mathématiques 2010	196
Solution des questions proposées	198
Solution du problème	202
Solution des exercices de l'Olympiade 2010	209
Appendices	214
Appendice 1. Puissance d'un point par rapport à un cercle	214
Appendice 2. Produit vectoriel, produit mixte	217